

# CHARACTERISATION OF ORGANISATIONS FOR RESILIENT DETECTION OF THREATS

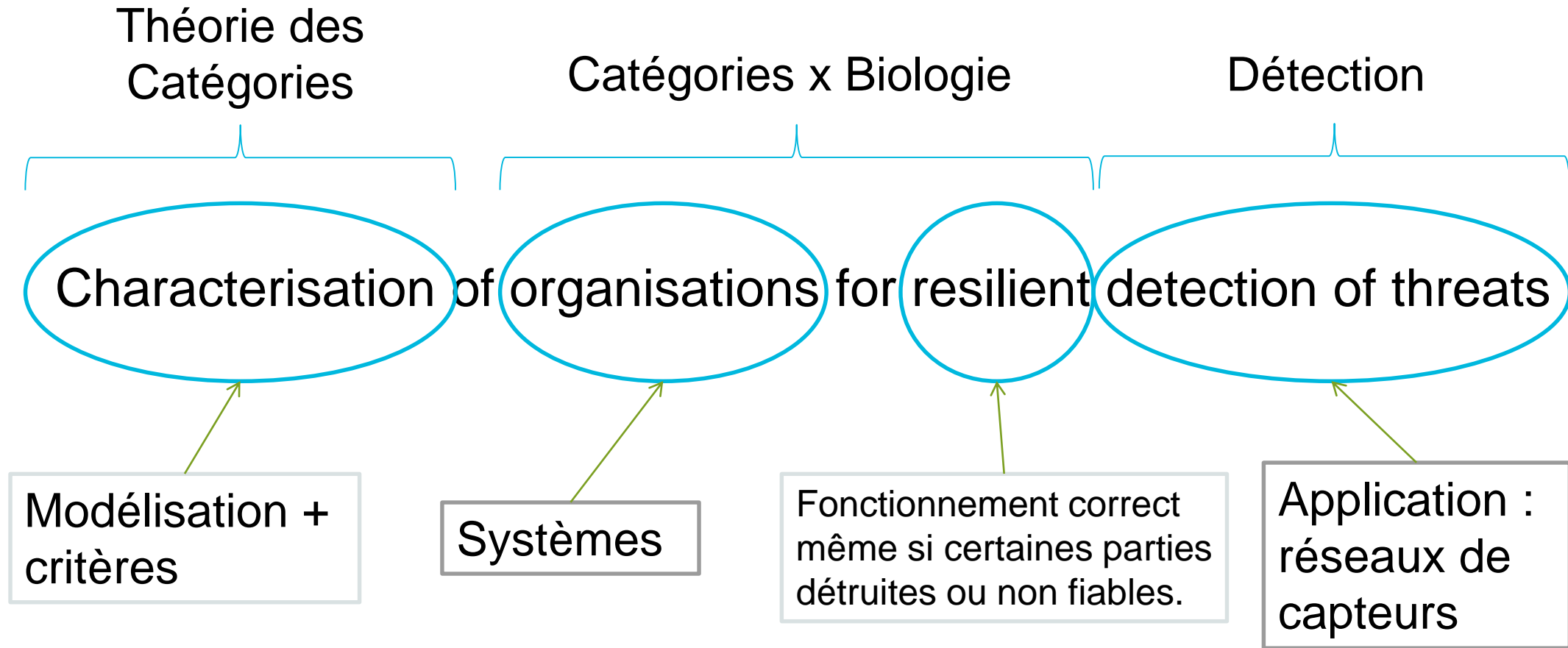
- Par Erwan BEURIER (contact : [erwan.beurier@gmail.com](mailto:erwan.beurier@gmail.com))

Sous la direction de :

Dominique Pastor    Professeur (IMT Atlantique – Brest)

Roger Waldeck    MdC HDR (IMT Atlantique – Brest)

# INTRODUCTION



1945 : invention de la théorie des catégories

---

L'ère de Planck

1957/1958 : étude des catégories en elles-mêmes

---

## Abstract nonsense

---

From Wikipedia, the free encyclopedia

In [mathematics](#), **abstract nonsense**, **general abstract nonsense**, **generalized abstract nonsense**, and **general nonsense** are terms used by [mathematicians](#) to describe abstract methods related to [category theory](#) and [homological algebra](#). More generally, "abstract nonsense" may refer to a proof that relies on category-theoretic methods, or even to the study of category theory itself.<sup>[1]</sup>



Saunders  
MacLane  
(1909-2005)



Samuel Eilenberg  
(1913-1998)

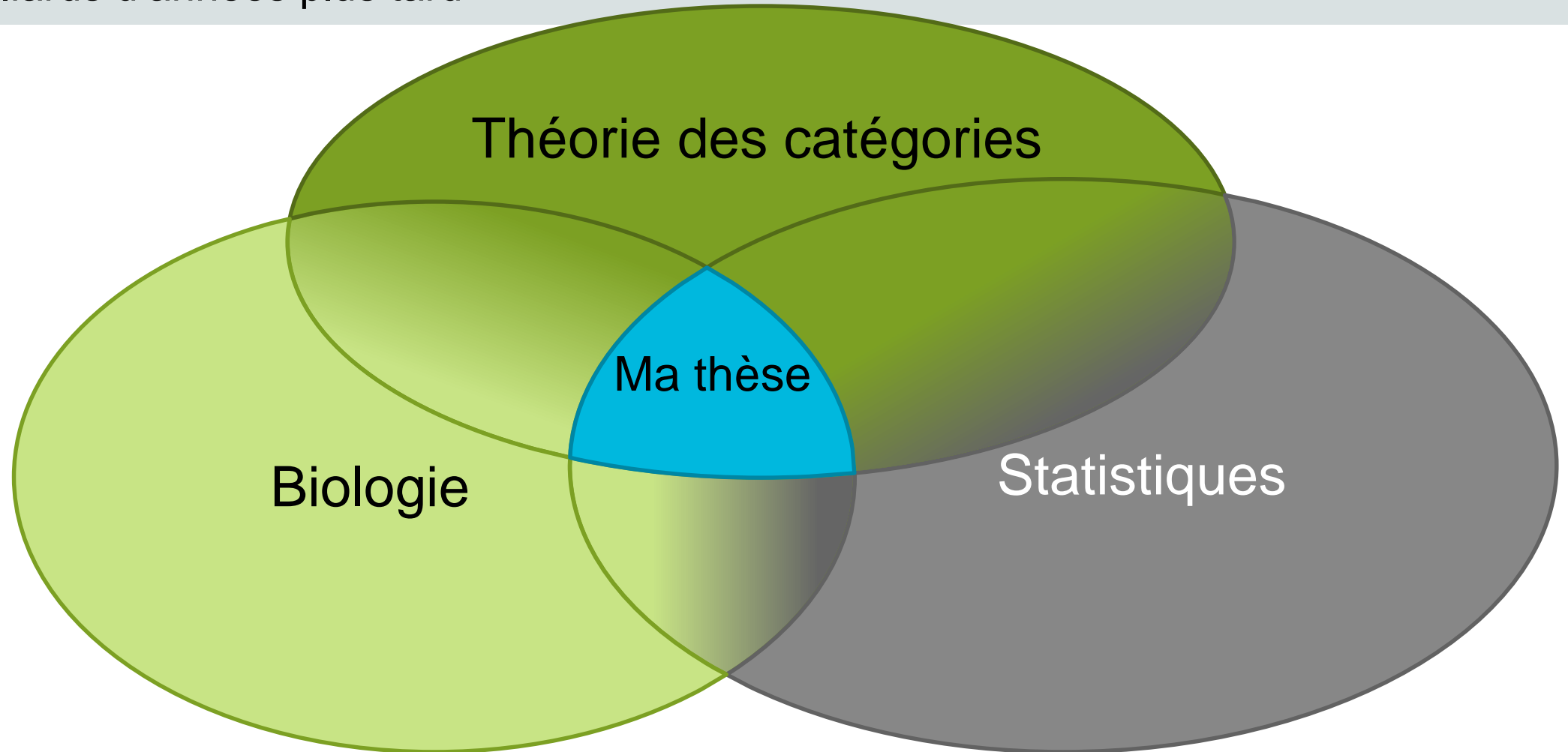
Alexander Grothendieck  
(1928-2014)

Daniel Kan  
(1927-2013)

Source des photos : Wikipedia  
Source de l'histoire : Jean-Pierre Marquis (2019)  
<https://plato.stanford.edu/archives/fall2019/entries/category-theory/>

**Abstract**

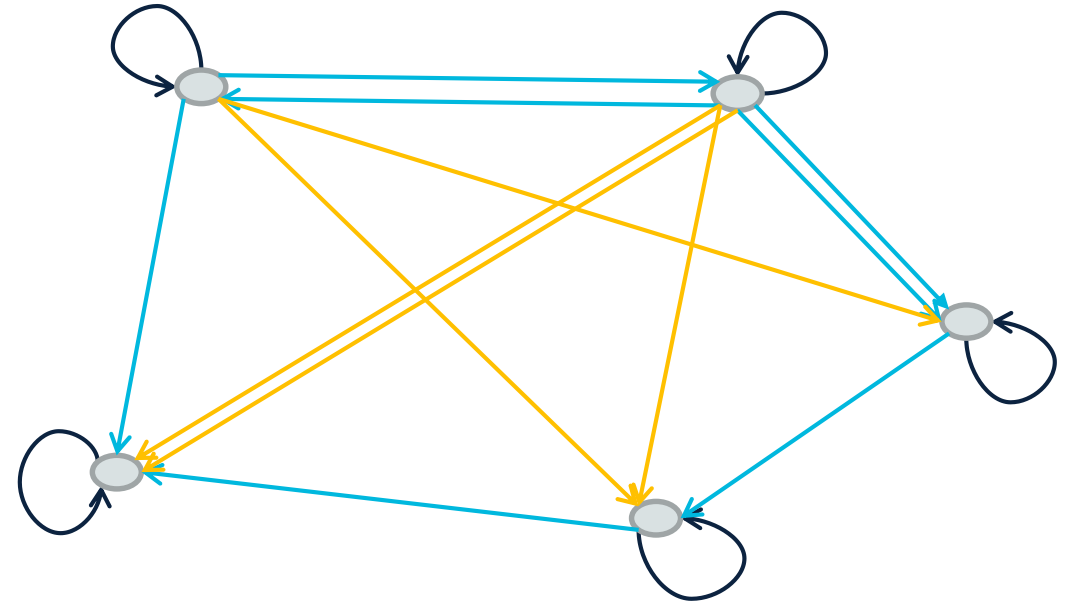
**nonsense**



# CATÉGORIES ET BIOLOGIE

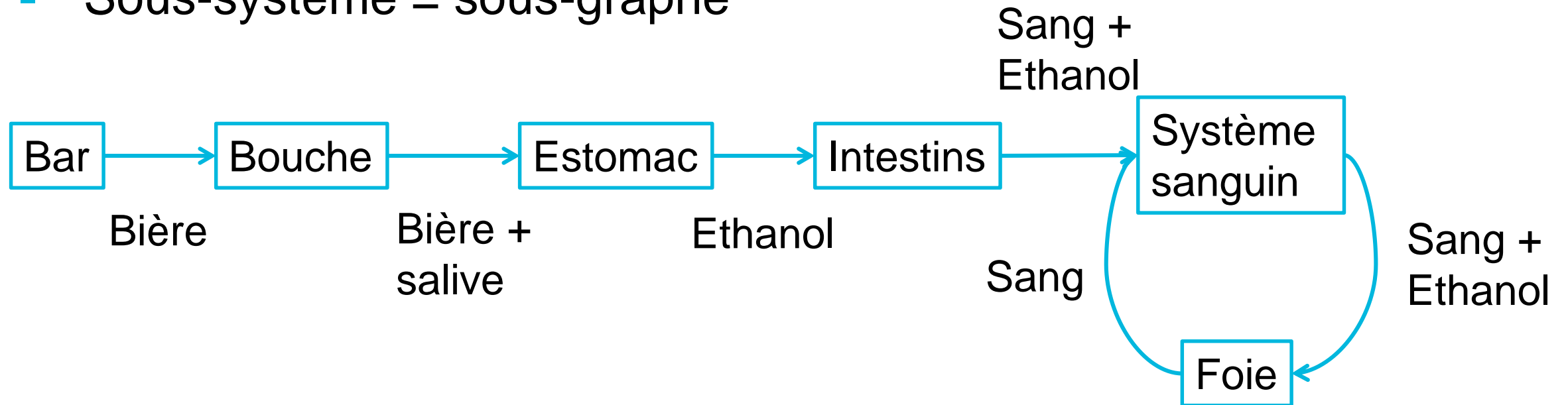
## Définition d'une catégorie

Graphe	Catégories
Nœuds	Objets
Flèches	Flèches ou morphismes
N/A	Identités
~Concaténation de chemins	Composition
Source de flèche	Domaine
Cible de flèche	Codomaine





- Point de vue « système » ou « graphe »
- Objets = composants
- Flèches = interactions (input/output)
- Sous-système = sous-graphe





## Cluster en CT $\neq$ Cluster en IA

Ici, cluster = interactions entre sous-systèmes

Mais du coup Jamy, c'est quoi un cluster ?

Soient deux diagrammes  $P: \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{C}$  et  $Q: \mathcal{Q} \rightarrow \mathcal{C}$  dans  $\mathcal{C}$ .

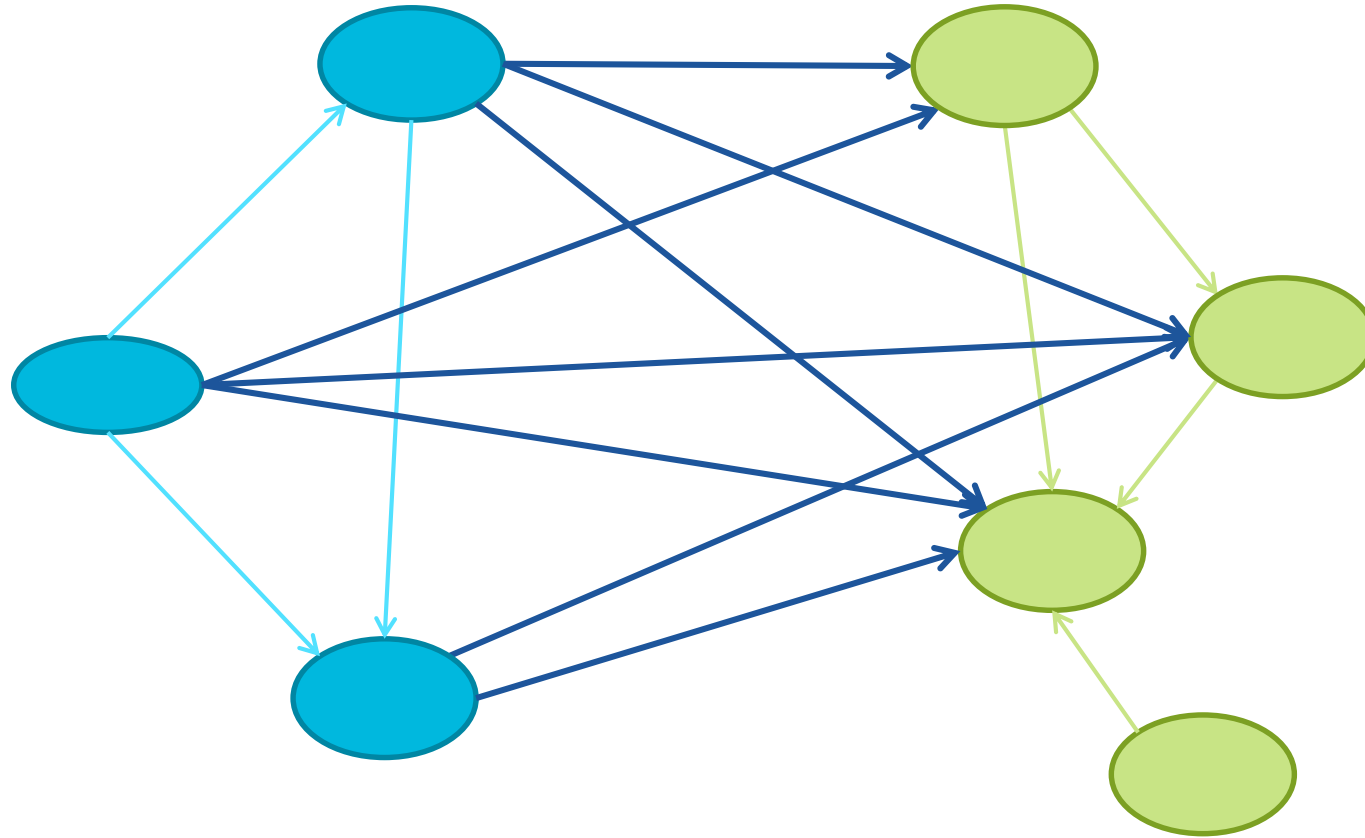
Un cluster  $G: \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{Q}$  est un élément de :

$$\text{Lim}_{p \in \mathcal{P}} \text{Colim}_{q \in \mathcal{Q}} \text{Hom}_{\mathcal{C}}(P(p), Q(q))$$

# CONSTRUCTION DE CLUSTERS

Recette pour un burger aux clusters

12



$\text{Lim}_{p \in P} \text{Colim}_{q \in Q} \text{Hom}_C(P(p), Q(q))$  pensée pour une classe très restreinte de sous-systèmes.

Des extensions	Cas filtrant	Cas général
Par calcul	Origines ↓	(Ehresmann, Vanbremeersch 2007) ≠
Par axiome	(Deleanu, Hilton 1976) →	(Deleanu, Hilton 1976) →



$\text{Lim}_{p \in P} \text{Colim}_{q \in Q} \text{Hom}_C(P(p), Q(q))$  pensée pour une classe très restreinte de sous-systèmes.

→ Extensions : (Deleanu, Hilton 1976)  $\neq$  (Ehresmann, Vanbremeersch 2007)

Ma contribution :

- Trancher + réécriture moderne + non-ambiguë
- Plusieurs caractérisations
  - Section d'un foncteur de composantes connexes
  - Isomorphismes naturels entre les différents calculs
- Algorithme de construction
  - Théorique + requiert des aménagements pratiques

# VERS LA RÉSILIENCE

Ça va dégénérer...

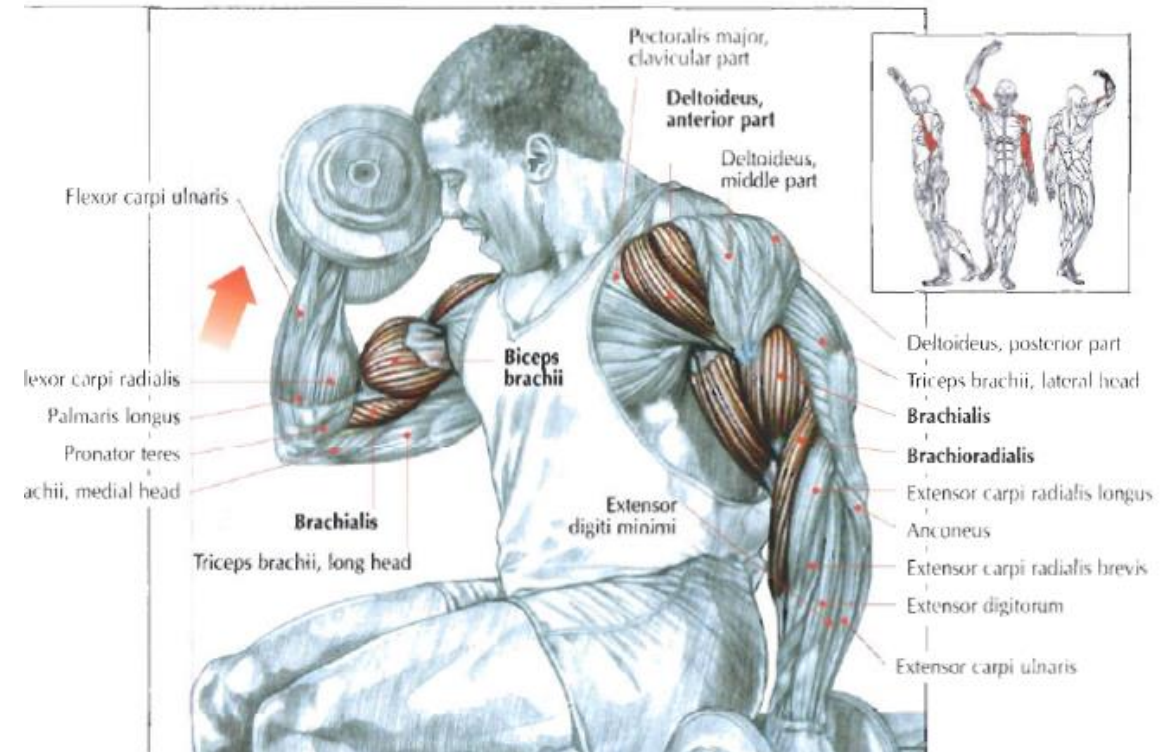
Degeneracy [is] the ability of elements that are structurally different to perform the same function or yield the same output [...]

Exemples :

- 4 nucléotides codent 64 codons pour 20 acides aminés
- Repliement des protéines
- Plusieurs muscles pour la même fonction

➔ Hypothèse de travail : *degeneracy* est le mécanisme fondamental de la résilience.

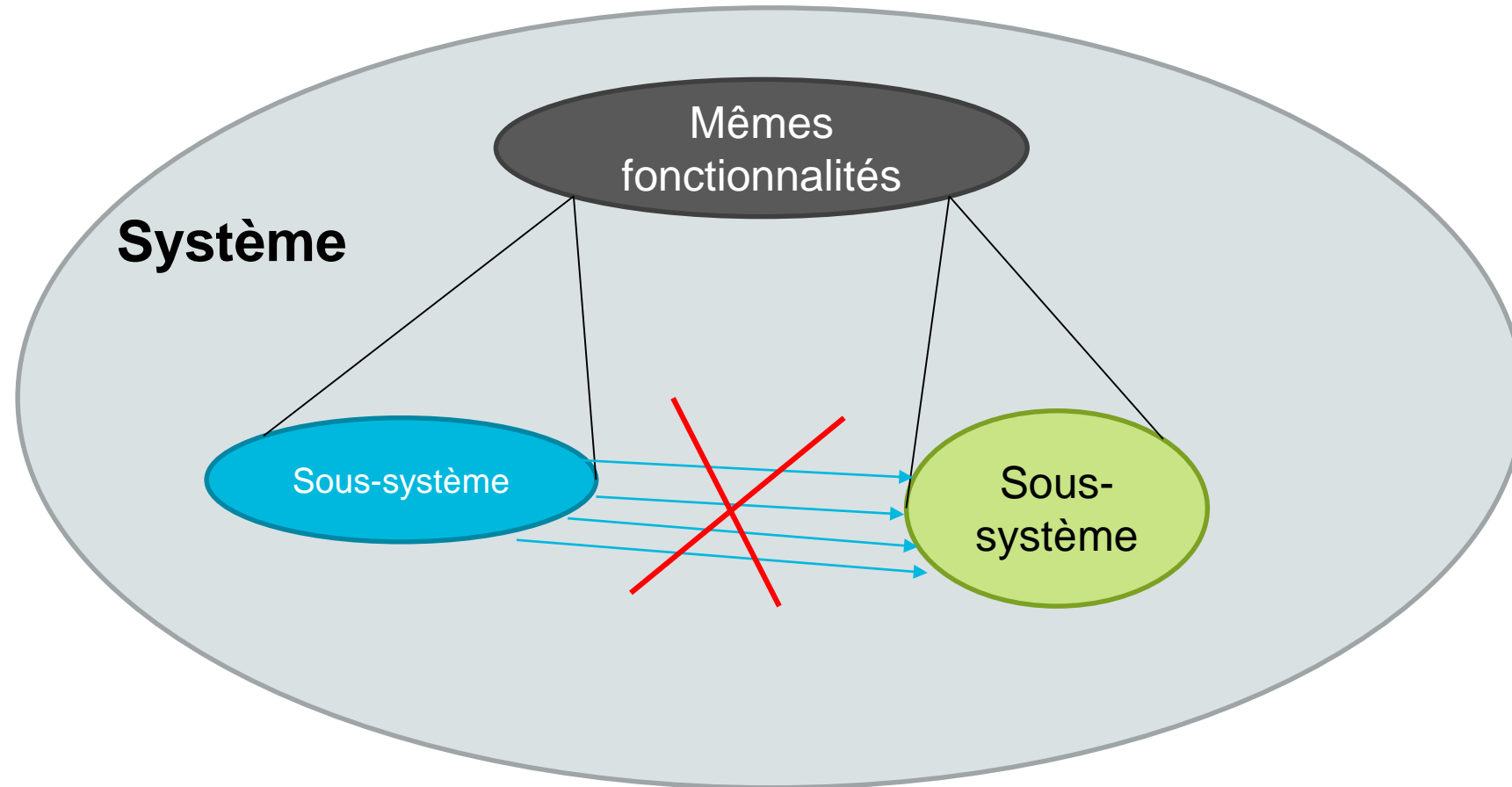
Edelman, Gally (2001) - Degeneracy and complexity in biological systems



Mercredi 7 avril 2021

Source image : F. Delavier, M. Gundill (2010) - La méthode Delavier de musculation volume 2, éditions Vigot, page 206





La *degeneracy* se traduit très bien en théorie des catégories grâce aux clusters (Ehresmann, Vanbremeersch 2007).

- Applicabilité : *degeneracy* dans les catégories de type « préordre »  
→ Usage de notions catégoriques pour un résultat qui n'en utilise pas
- Exemple : un ordinateur n'est pas résilient

Beurier, Pastor, Ehresmann – *Multiplicity Principle in preorders*. Work in progress.

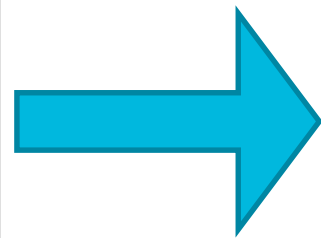
# EXEMPLE DE *DEGENERACY*

# EXEMPLE DE *DEGENERACY*

Statistics for the win

20





**Test de Neyman-Pearson** (test de vraisemblance)

Est-il significativement plus probable que l'observation vienne d'un signal utile présent, ou absent ?

**Random Distorsion Testing** (Pastor, Nguyen 2013)

Est-ce que l'observation s'éloigne beaucoup du signal attendu ?

Neyman-Pearson	Random Distorsion Testing
Vraisemblance	Distance à un modèle
Optimal si pas d'interférences	Optimal parmi les tests invariants pour un groupe même si interférences
Pas fiable si interférences	Fait pour gérer interférences
Tend vers le test idéal	Tend vers le test idéal

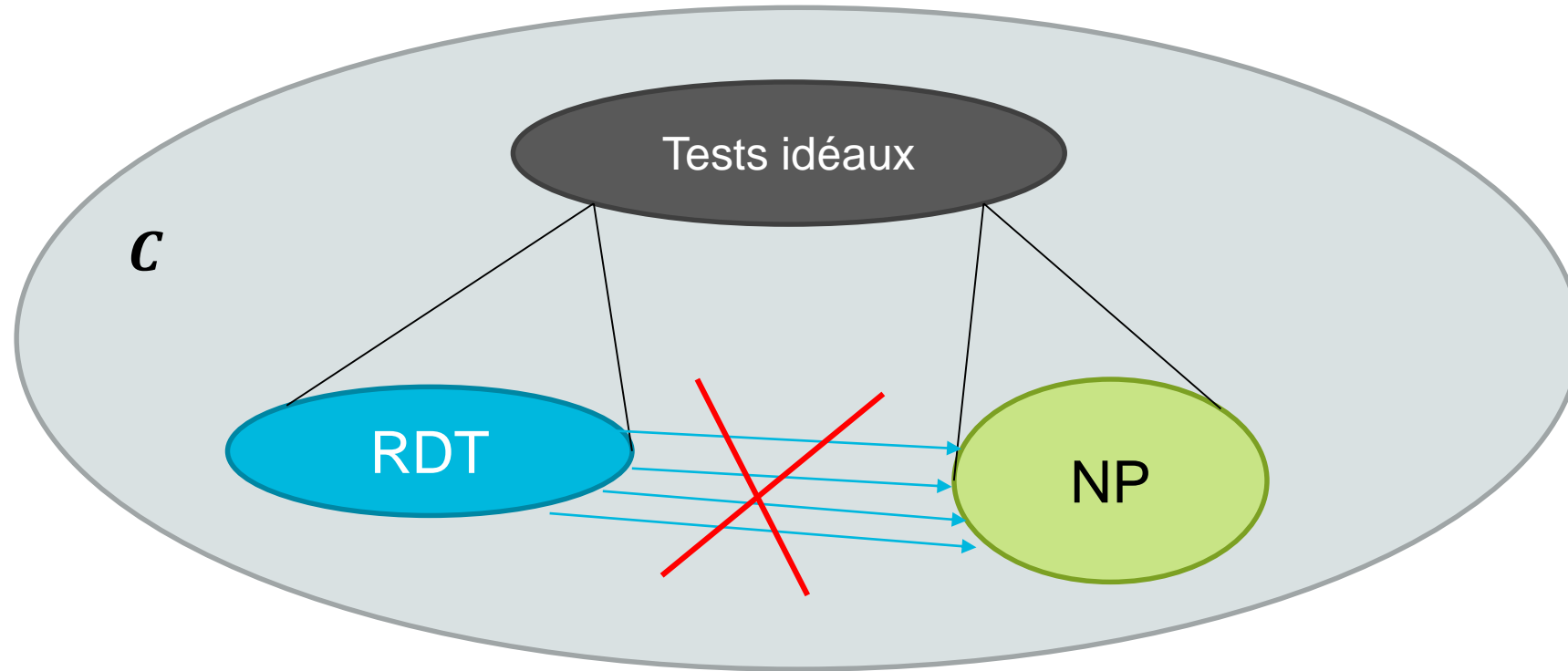
On peut définir un préordre sur l'ensemble des tests, comparant robustesse et détection.

→ NP et RDT ne sont pas vraiment comparables en performances.

# EXEMPLE DE *DEGENERACY*

23

Multiplicitons les statistiques



On peut en faire un préordre qui exhibe de la degeneracy !

Pastor, Beurier, Ehresmann, Waldeck (2019) – Interfacing biology, category theory and mathematical statistics (ACT2019 + EPTCS)

- Dans un système avec une famille de capteurs NP et une famille de capteurs RDT qui ne communiquent pas entre elles.
- Si une des familles perd en fiabilité (attaque, capteurs défectueux, etc.) alors l'autre famille peut prendre en charge le travail de l'autre en attendant réparation.

Degeneracy ⇒ Résilience

Pastor, Beurier, Ehresmann, Waldeck (2019) – *Interfacing biology, category theory and mathematical statistics* (Applied Category Theory 2019 – Electronic Proceedings in Theoretical Computer Science)



# CONCLUSION

- **Théorie mathématique de la résilience**
- Ce résultat suggère que la résilience nécessite une redondance fonctionnelle, plus que matérielle.
  - Gestion des ressources : par rapport à un système non-résilient :
    - Redondance matérielle = N fois plus de ressources
    - Redondance fonctionnelle = un peu plus de ressources
- Dans un système industriel : une tâche ↔ un composant.
- Dans un système biologique : un composant peut effectuer plusieurs tâches ; une tâche peut être effectuée par plusieurs composants.

- Degeneracy manque de souplesse
  - Clusters : assez rigides
  - Faire sans les clusters ?
- Extension à d'autres catégories que les préordres ?
  - Préordres : assez peu de résilience
  - D'autres structures pourraient permettre plus de résilience

# THE END