

# CHARACTERISATION OF ORGANISATIONS FOR RESILIENT DETECTION OF THREATS

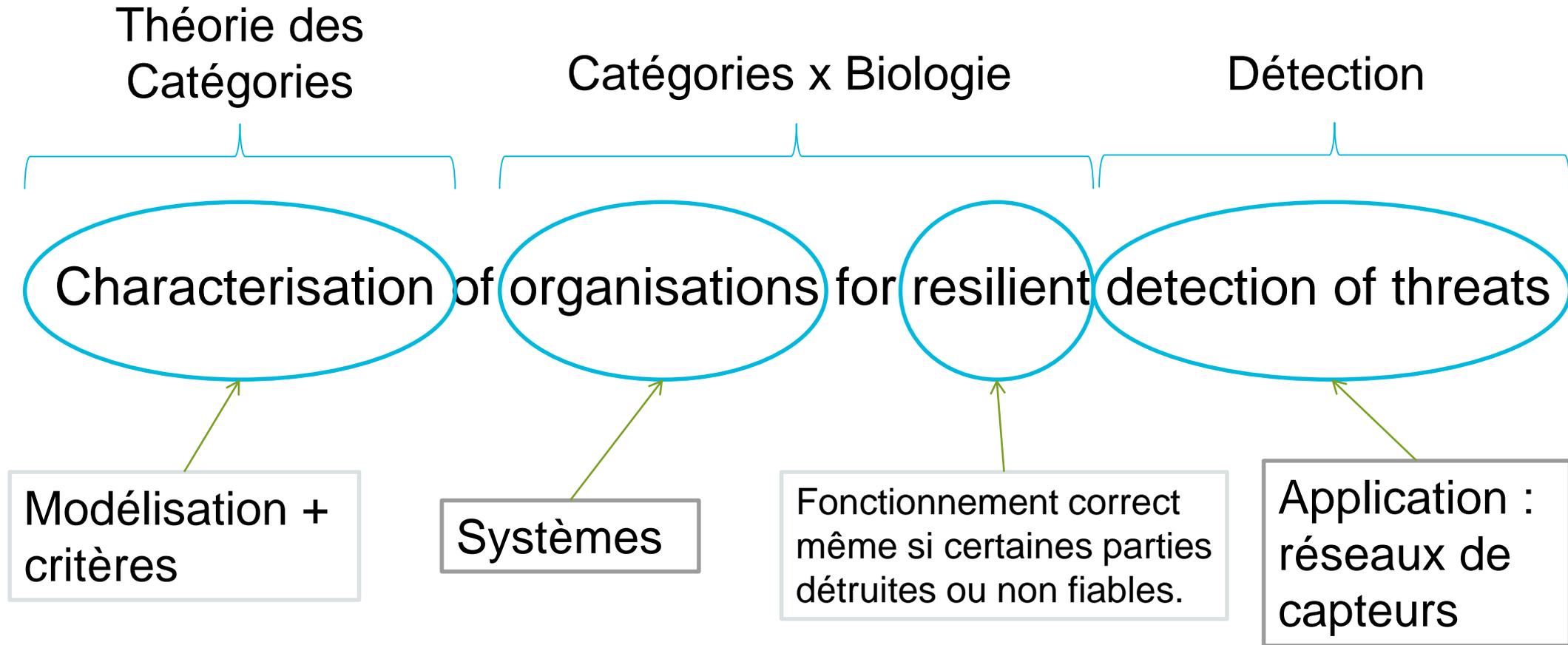
• Par Erwan BEURIER (contact : [erwan.beurier@gmail.com](mailto:erwan.beurier@gmail.com))

Sous la direction de :

Dominique Pastor    Professeur (IMT Atlantique – Brest)

Roger Waldeck    MdC HDR (IMT Atlantique – Brest)

# INTRODUCTION



1945 : invention de la théorie des catégories

---

L'ère de Planck

1957/1958 : étude des catégories en elles-mêmes

---

## Abstract nonsense

---

From Wikipedia, the free encyclopedia

In [mathematics](#), **abstract nonsense**, **general abstract nonsense**, **generalized abstract nonsense**, and **general nonsense** are terms used by [mathematicians](#) to describe abstract methods related to [category theory](#) and [homological algebra](#). More generally, "abstract nonsense" may refer to a proof that relies on category-theoretic methods, or even to the study of category theory itself.<sup>[1]</sup>



Saunders  
MacLane  
(1909-2005)



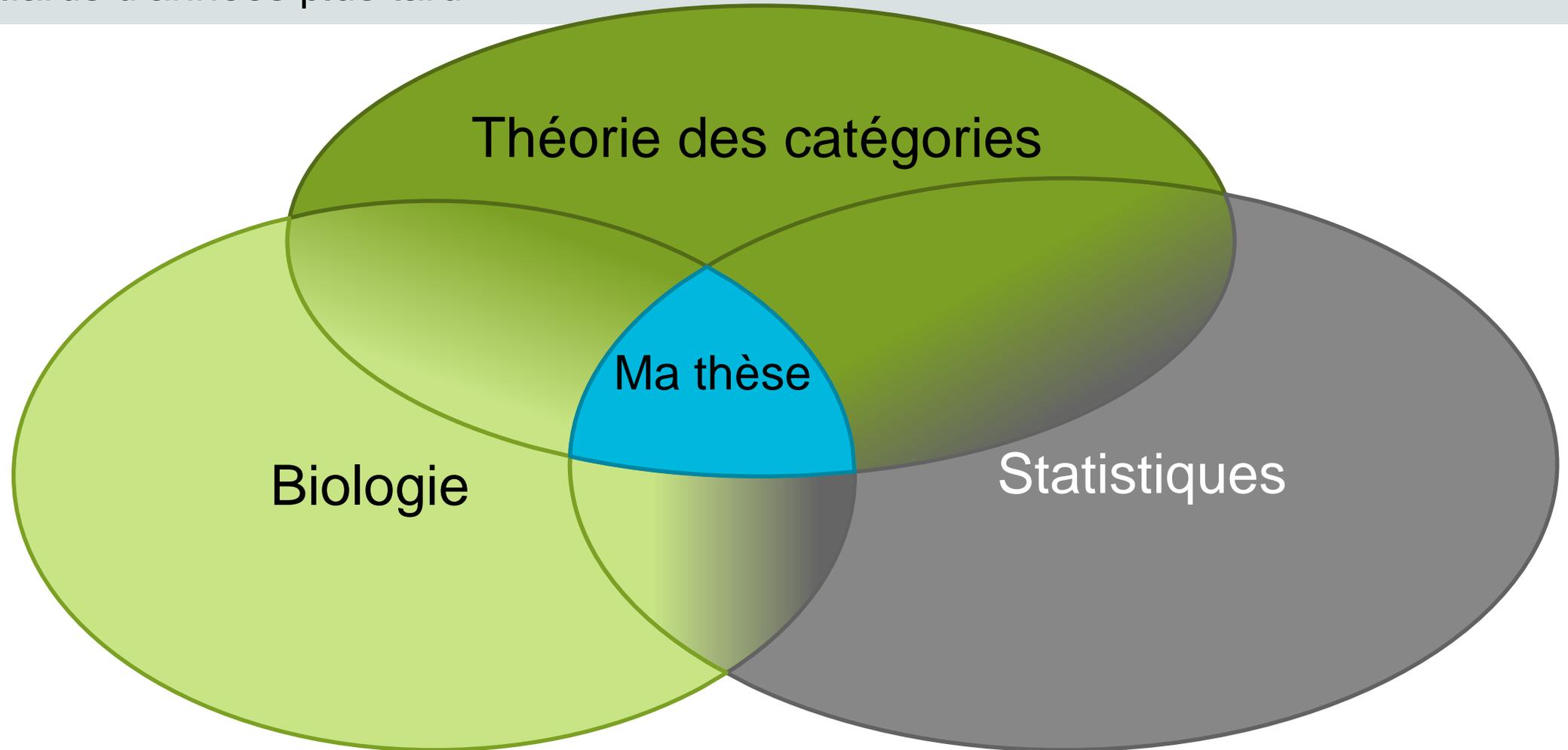
Samuel Eilenberg  
(1913-1998)

Alexander Grothendieck  
(1928-2014)

Daniel Kan  
(1927-2013)

**Abstract**

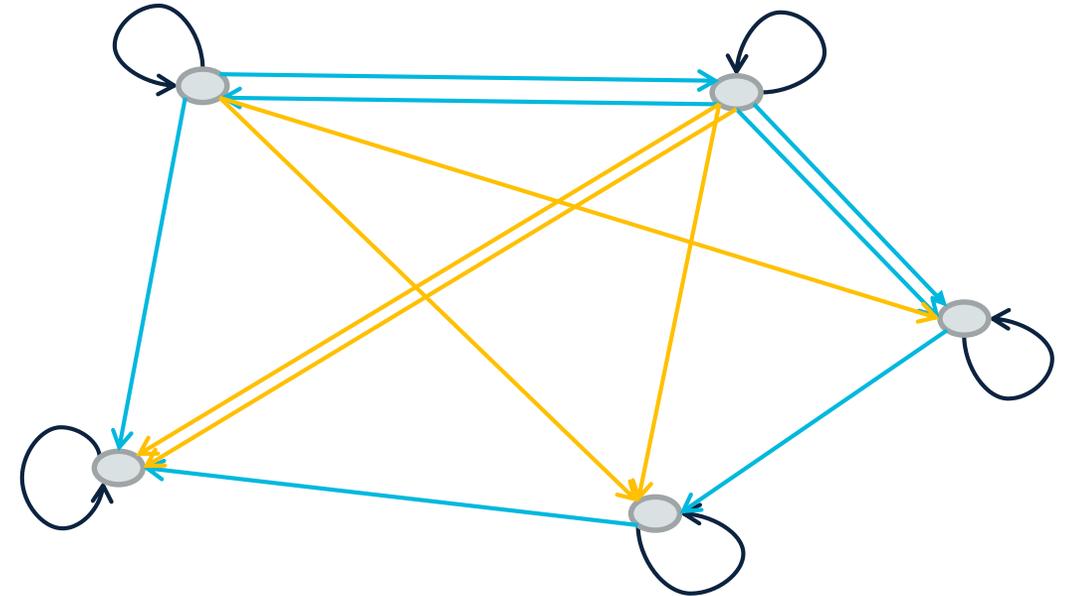
**nonsense**



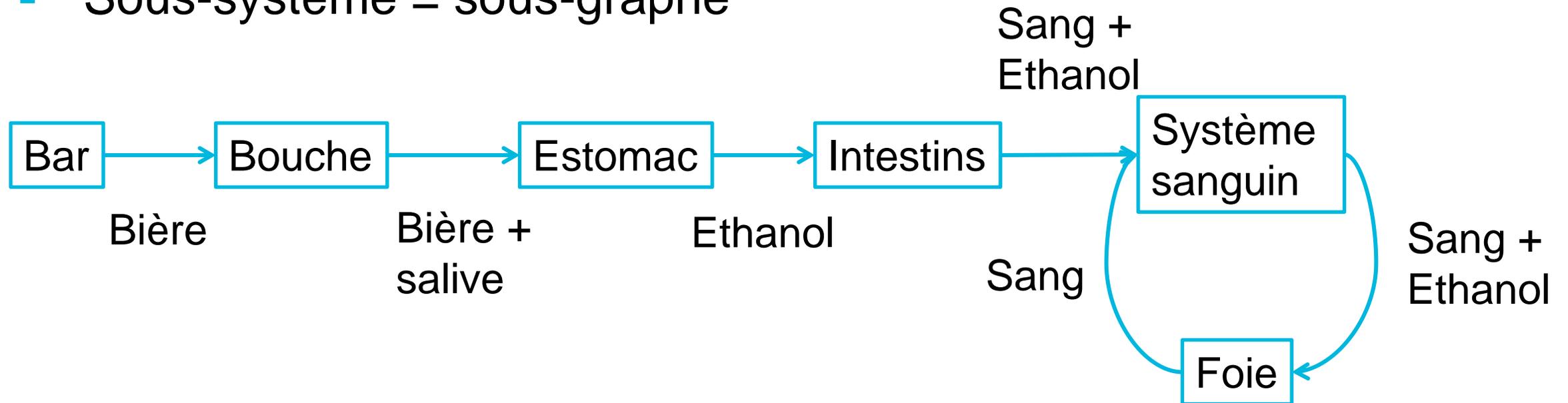
# CATÉGORIES ET BIOLOGIE

## Définition d'une catégorie

| Graphe                    | Catégories            |
|---------------------------|-----------------------|
| Nœuds                     | Objets                |
| Flèches                   | Flèches ou morphismes |
| N/A                       | Identités             |
| ~Concaténation de chemins | Composition           |
| Source de flèche          | Domaine               |
| Cible de flèche           | Codomaine             |



- Point de vue « système » ou « graphe »
- Objets = composants
- Flèches = interactions (input/output)
- Sous-système = sous-graphe





## Cluster en CT $\neq$ Cluster en IA

Ici, cluster = interactions entre sous-systèmes

Mais du coup Jamy, c'est quoi un cluster ?

Soient deux diagrammes  $P: \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{C}$  et  $Q: \mathcal{Q} \rightarrow \mathcal{C}$  dans  $\mathcal{C}$ .

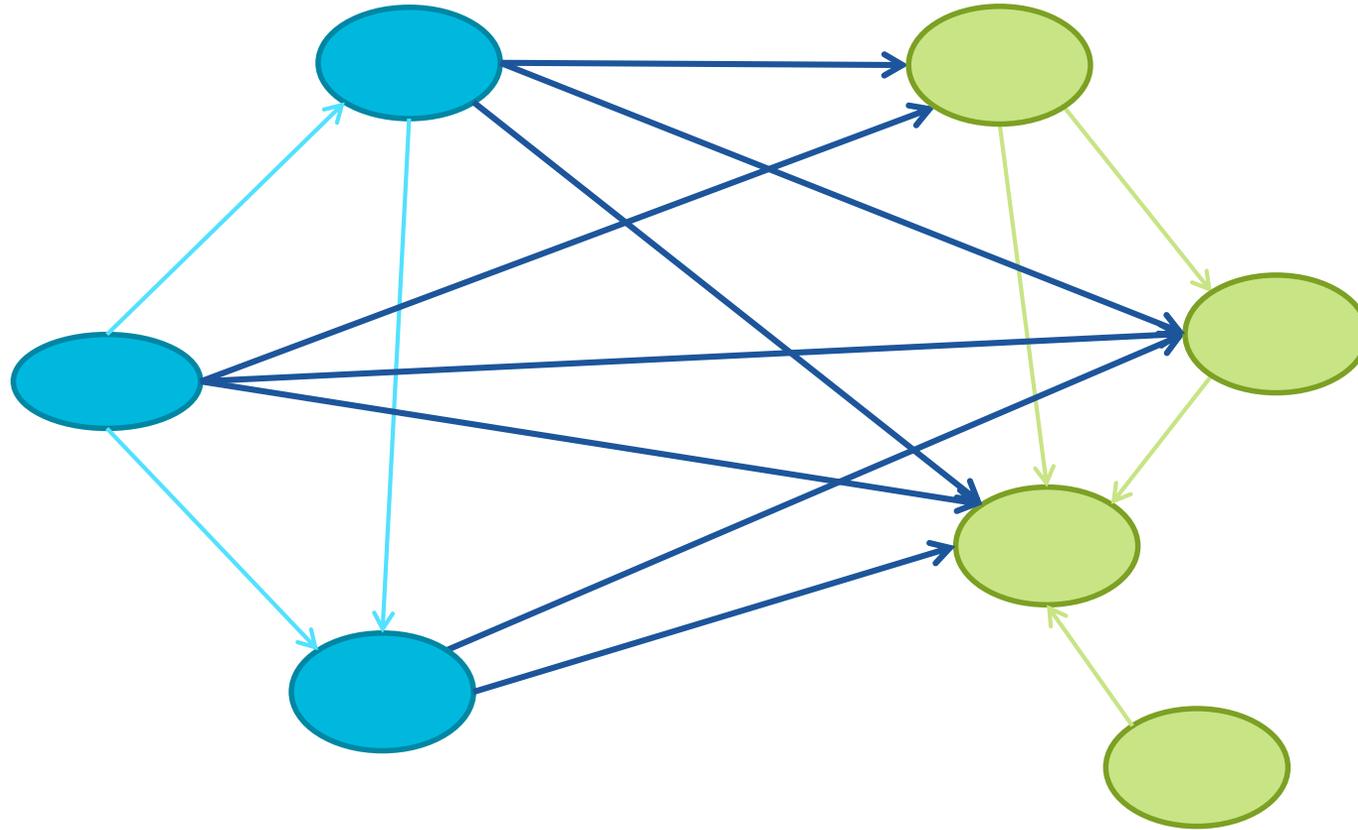
Un cluster  $G: \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{Q}$  est un élément de :

$$\text{Lim}_{p \in \mathcal{P}} \text{Colim}_{q \in \mathcal{Q}} \text{Hom}_{\mathcal{C}}(P(p), Q(q))$$

# CONSTRUCTION DE CLUSTERS

Recette pour un burger aux clusters

12



$\text{Lim}_{p \in P} \text{Colim}_{q \in Q} \text{Hom}_C(P(p), Q(q))$  pensée pour une classe très restreinte de sous-systèmes.

| Des extensions | Cas filtrant                | Cas général                          |
|----------------|-----------------------------|--------------------------------------|
| Par calcul     | Origines<br>↓               | (Ehresmann, Vanbremeersch 2007)<br>≠ |
| Par axiome     | (Deleanu, Hilton 1976)<br>→ | (Deleanu, Hilton 1976)<br>☹️         |

$\text{Lim}_{p \in P} \text{Colim}_{q \in Q} \text{Hom}_C(P(p), Q(q))$  pensée pour une classe très restreinte de sous-systèmes.

→ Extensions : (Deleanu, Hilton 1976)  $\neq$  (Ehresmann, Vanbremeersch 2007)

Ma contribution :

- Trancher + réécriture moderne + non-ambiguë
- Plusieurs caractérisations
  - Section d'un foncteur de composantes connexes
  - Isomorphismes naturels entre les différents calculs
- Algorithme de construction
  - Théorique + requiert des aménagements pratiques

# VERS LA RÉSILIENCE

Ça va dégénérer...

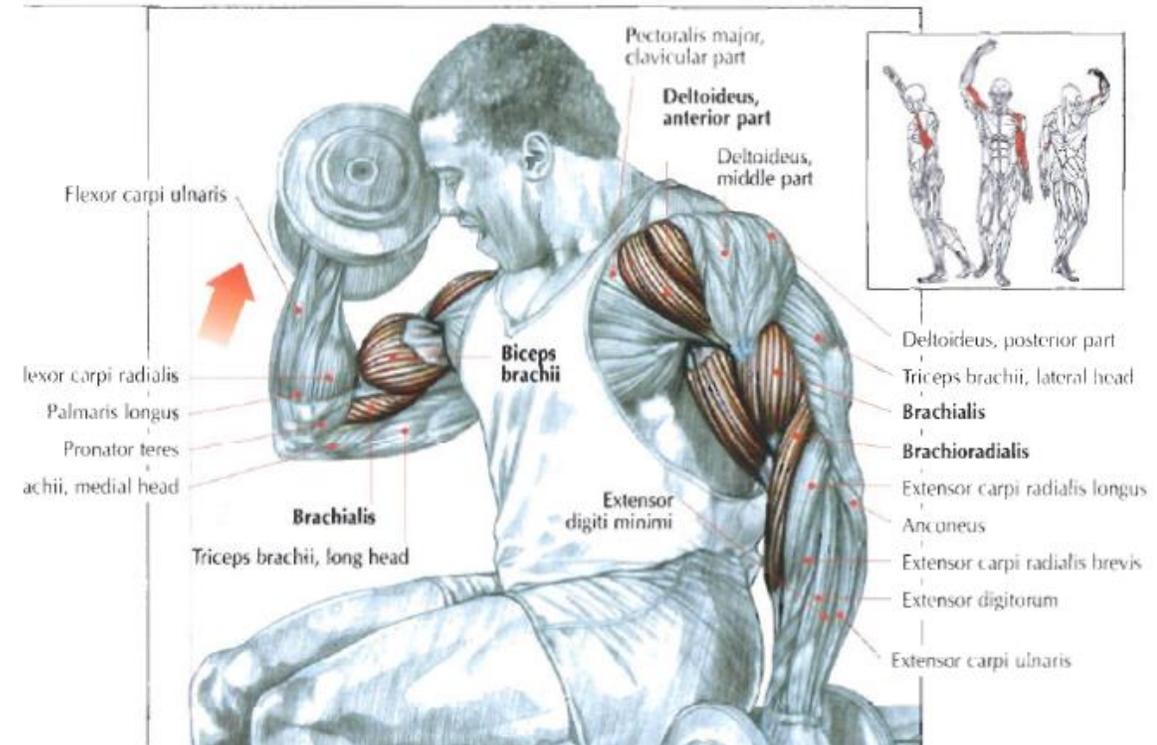
Degeneracy [is] the ability of elements that are structurally different to perform the same function or yield the same output [...]

Exemples :

- 4 nucléotides codent 64 codons pour 20 acides aminés
- Repliement des protéines
- Plusieurs muscles pour la même fonction

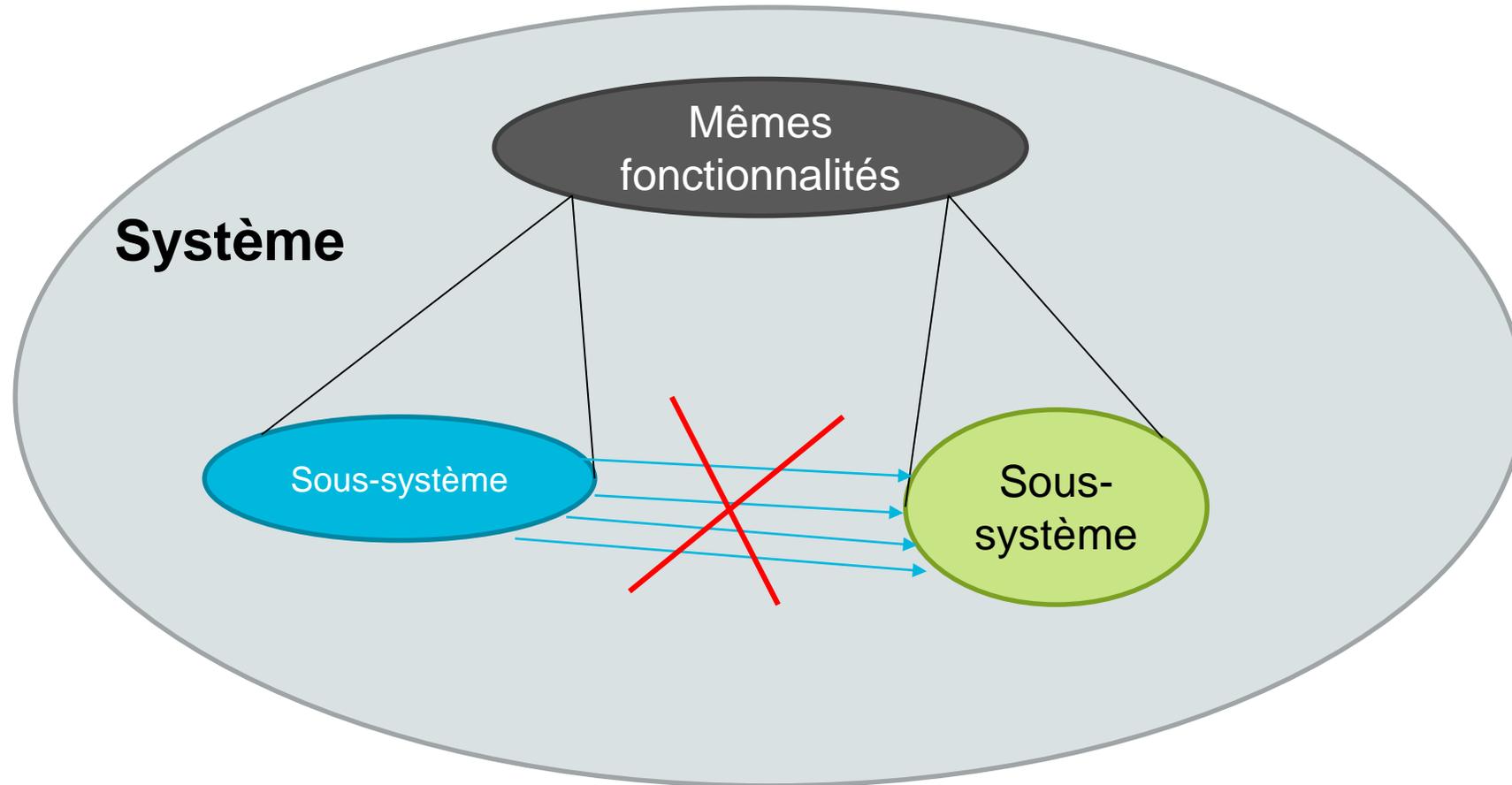
➔ Hypothèse de travail : *degeneracy* est le mécanisme fondamental de la résilience.

Edelman, Gally (2001) - Degeneracy and complexity in biological systems



Mercredi 7 avril 2021

Source image : F. Delavier, M. Gundill (2010) - La méthode Delavier de musculation volume 2, éditions Vigot, page 206



La *degeneracy* se traduit très bien en théorie des catégories grâce aux clusters (Ehresmann, Vanbremeersch 2007).

- Applicabilité : *degeneracy* dans les catégories de type « préordre »  
→ Usage de notions catégoriques pour un résultat qui n'en utilise pas
- Exemple : un ordinateur n'est pas résilient

Beurier, Pastor, Ehresmann – *Multiplicity Principle in preorders*. Work in progress.

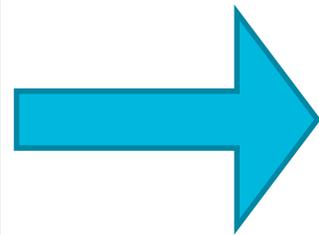
# EXEMPLE DE *DEGENERACY*

# EXEMPLE DE *DEGENERACY*

Statistics for the win

20





**Test de Neyman-Pearson** (test de vraisemblance)

Est-il significativement plus probable que l'observation vienne d'un signal utile présent, ou absent ?

**Random Distorsion Testing** (Pastor, Nguyen 2013)

Est-ce que l'observation s'éloigne beaucoup du signal attendu ?

| Neyman-Pearson                 | Random Distorsion Testing   |
|--------------------------------|---|
| Vraisemblance                  | Distance à un modèle  |
| Optimal si pas d'interférences | Optimal parmi les tests invariants pour un groupe même si interférences |
| Pas fiable si interférences    | Fait pour gérer interférences   |
| Tend vers le test idéal        | Tend vers le test idéal   |

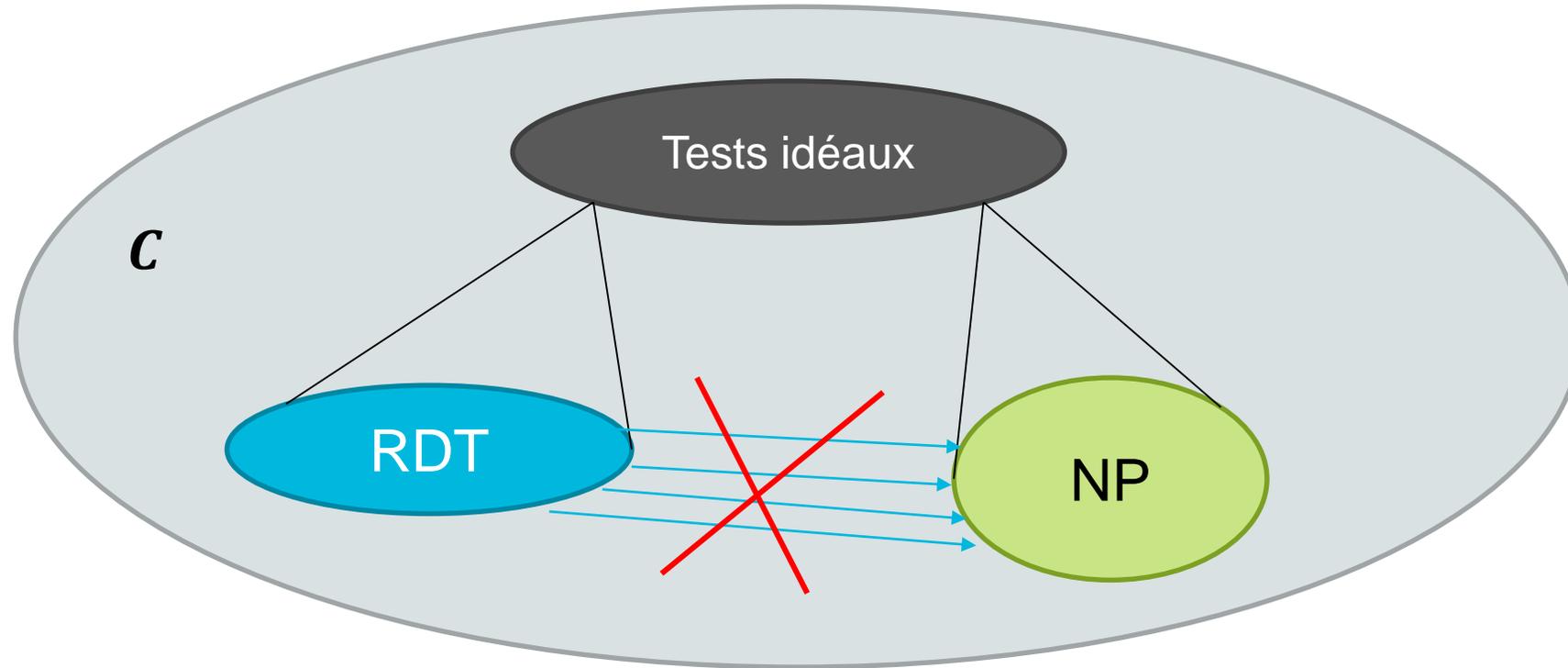
On peut définir un préordre sur l'ensemble des tests, comparant robustesse et détection.

→ NP et RDT ne sont pas vraiment comparables en performances.

# EXEMPLE DE *DEGENERACY*

23

Multiplicitons les statistiques



On peut en faire un préordre qui exhibe de la degeneracy !

Pastor, Beurier, Ehresmann, Waldeck (2019) – Interfacing biology, category theory and mathematical statistics (ACT2019 + EPTCS)

- Dans un système avec une famille de capteurs NP et une famille de capteurs RDT qui ne communiquent pas entre elles.
- Si une des familles perd en fiabilité (attaque, capteurs défectueux, etc.) alors l'autre famille peut prendre en charge le travail de l'autre en attendant réparation.

Degeneracy  $\Rightarrow$  Résilience

Pastor, Beurier, Ehresmann, Waldeck (2019) – *Interfacing biology, category theory and mathematical statistics* (Applied Category Theory 2019 – Electronic Proceedings in Theoretical Computer Science)

# CONCLUSION

- **Théorie mathématique de la résilience**
- Ce résultat suggère que la résilience nécessite une redondance fonctionnelle, plus que matérielle.
  - Gestion des ressources : par rapport à un système non-résilient :
    - Redondance matérielle = N fois plus de ressources
    - Redondance fonctionnelle = un peu plus de ressources
- Dans un système industriel : une tâche  $\leftrightarrow$  un composant.
- Dans un système biologique : un composant peut effectuer plusieurs tâches ; une tâche peut être effectuée par plusieurs composants.

- Degeneracy manque de souplesse
  - Clusters : assez rigides
  - Faire sans les clusters ?
- Extension à d'autres catégories que les préordres ?
  - Préordres : assez peu de résilience
  - D'autres structures pourraient permettre plus de résilience

# THE END